



**Concursul Fractal, Secțiunea  
Seniori  
a VIII-a Ediție din 22.02.2026**

---

**Problema 1.** Un împărat domnește într-o țară cu 60 de orașe. Orice două orașe pot fi conectate cu un drum (dar aceasta nu e neapărat), și orice oraș e conectat cu maxim 5 alte orașe prin drumuri. Împăratul dorește să-și transforme țara în 3 regate mai mici, făcând orice oraș să aparțină unui regat fără vreo restricție. Numim un drum rău, dacă după împărțire a țării în regate, acesta conectează două orașe din același regat. Găsiți numărul minim  $n$ , astfel încât pentru orice modalitate în care orașele au fost conectate inițial prin drumuri, împăratul poate garanta că sunt maxim  $n$  drumuri rele.

**Problema 2.** Fie numerele nenegative  $x, y$  și  $z$  cu  $x + y + z = 3$ . Aflați maximul expresiei:

$$x\sqrt{y^3 + 1} + y\sqrt{z^3 + 1} + z\sqrt{x^3 + 1}$$

**Problema 3.** Fie patrulaterul convex  $ABCD$ , cu  $\angle BAD = \angle DCB$ . Dreapta  $l$ , ce este perpendiculară cu  $AC$ , intersectează  $AB, AD$  în  $X, Y$  respectiv, astfel încât centrul cercului circumscris triunghiului  $AXY$  este în același semiplan format de  $BD$  ca și  $C$ . Fie  $O_1$  centrul cercului  $(ABD)$ , iar  $O_2$  centrul cercului  $(AXY)$ . Dacă patrulaterul  $O_1DO_2B$  este ciclic, aratați ca  $C$  este ortocentrul triunghiului  $AXY$ .

**Problema 4.** Fie șirul  $F_n$  definit prin  $F_1 = F_2 = 1$  și  $F_{k+1} = F_k + F_{k-1}$  pentru orice număr natural  $k$  mai mare sau egal decât 1. Găsiți toate polinoamele cu coeficienți întregi  $P$ , pentru care există un număr întreg  $a$  mai mare decât 1, astfel încât pentru orice număr natural nenul  $x$ ,  $P(x) \geq 0$  și

$$F_x + 2026 \mid a^{2P(x)} - a^{P(x)}$$